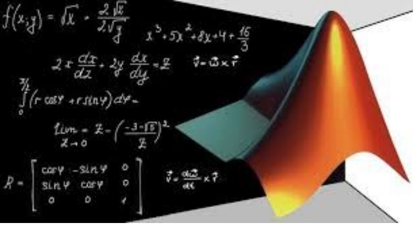


MATLAB & SIMULINK

Matlab

Utilizzo del software più idoneo per accompagnare gli studenti del corso di Ingegneria Elettrica per la e-mobility nel raggiungere i propri ambiziosi traguardi

dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

Equazioni differenziali

Parte 1: approccio analitico, utilizzo di matlab per la rappresentazione

Ci occupiamo adesso della risoluzione di equazioni differenziali

La legge di Kirchhoff per la tensione ci informa che:

$$v_S(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

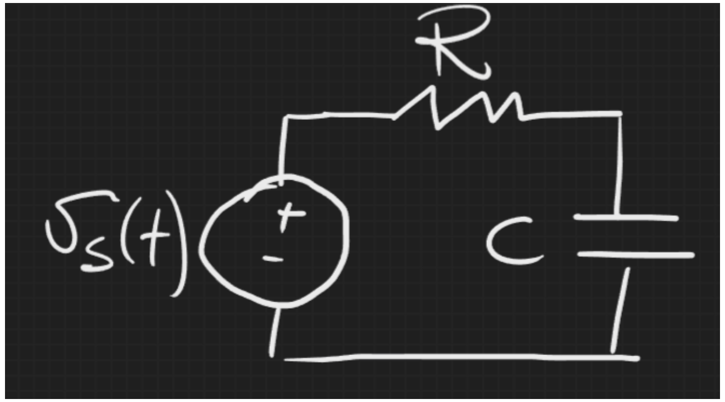
con $v_S(t)$ sollecitazione, $v_R(t)$ tensione sul resistore, $v_C(t)$ risposta sul capacitore.

Applicando le note relazioni costitutive:

$$v_S(t) = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

Ed esplicitando

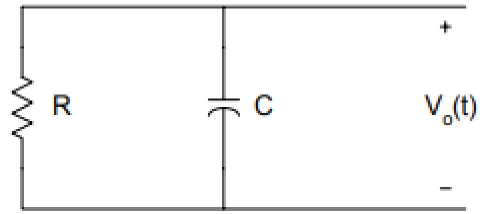
$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{RC} = \frac{v_S(t)}{RC}$$



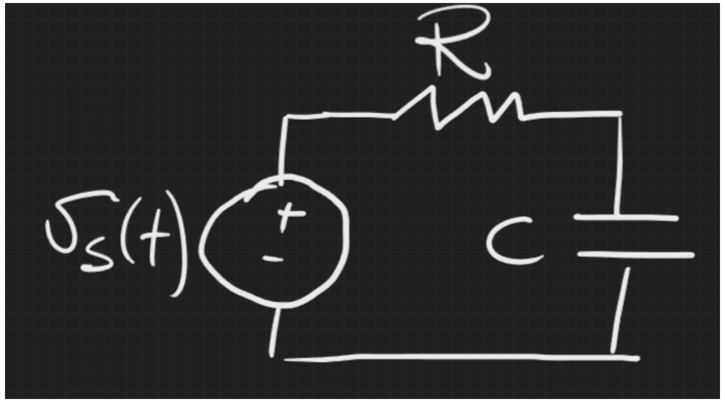
Equazioni differenziali

Circuito RC

Consideriamo nulla la sollecitazione



$$C\frac{dv_o(t)}{dt}+\frac{v_o(t)}{R}=0 \qquad \frac{dv_o(t)}{dt}+\frac{v_o(t)}{CR}=0$$

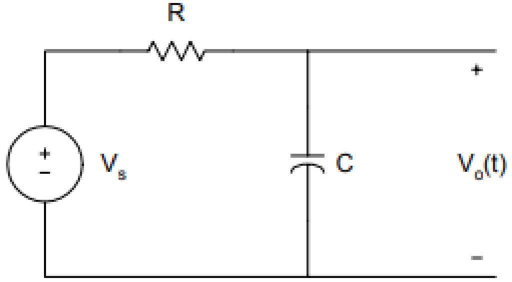


La soluzione è la ben nota formula esponenziale $v_0(t)=V_m e^{-\left(\frac{t}{CR}\right)}$

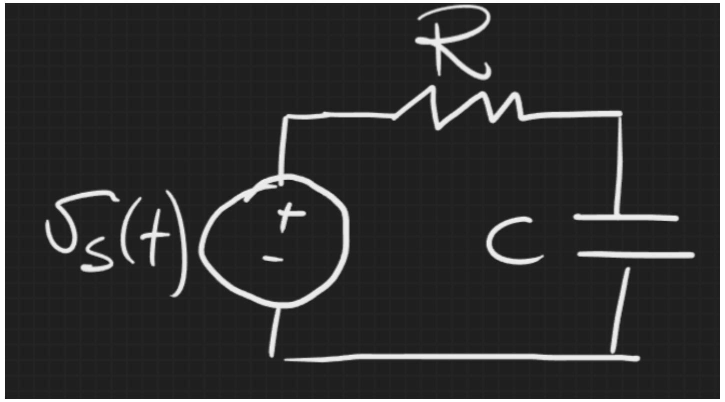
Equazioni differenziali

Circuito RC

Più interessante è la presenza di una sollecitazione (con tensione iniziale nulla)



$$C\frac{dv_o(t)}{dt}+\frac{v_o(t)-V_s}{R}=0$$



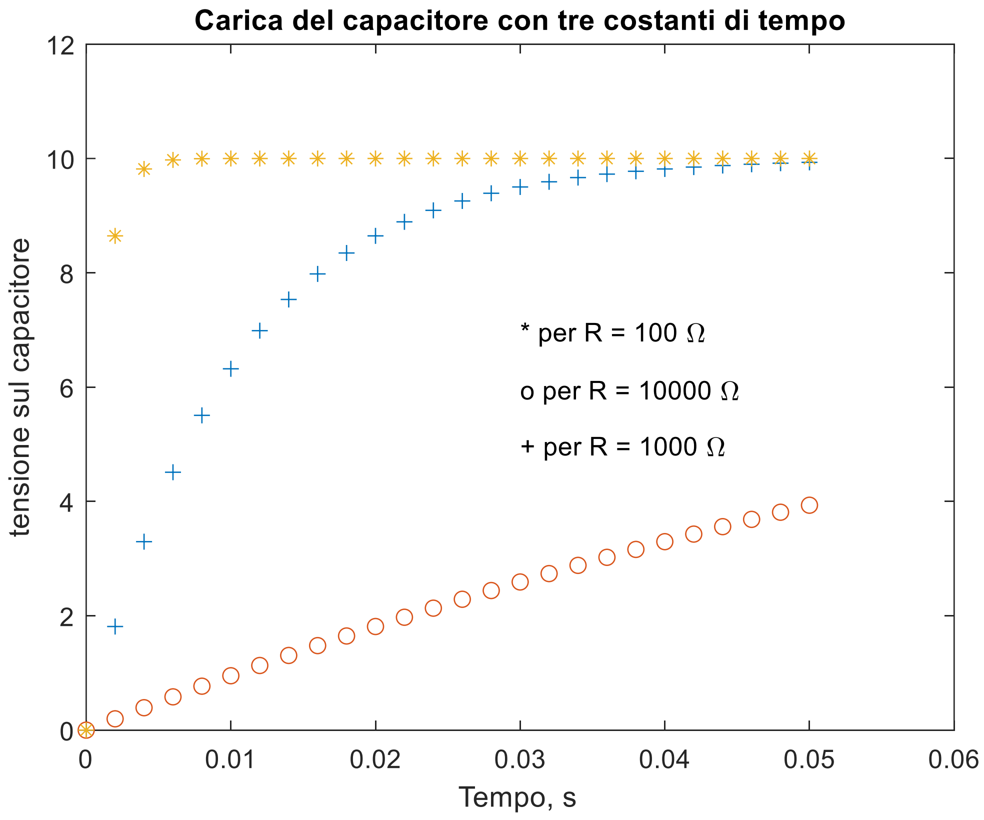
La soluzione è la ben nota formula esponenziale $v_0(t)=V_S\left(1-e^{-\left(\frac{t}{CR}\right)}\right)$

Equazioni differenziali

Circuito RC

>> edit Rccircuito

```
% Carica circuito RC
%
c = 10e-6;
r1 = 1e3;
tau1 = c*r1;
t = 0:0.002:0.05;
v1 = 10*(1-exp(-t/tau1));
r2 = 10e3;
tau2 = c*r2;
v2 = 10*(1-exp(-t/tau2));
r3 = .1e3;
tau3 = c*r3;
v3 = 10*(1-exp(-t/tau3));
plot(t,v1,'+',t,v2,'o', t,v3,'*')
axis([0 0.06 0 12])
title('Carica del capacitore con tre costanti di tempo')
xlabel('Tempo, s')
ylabel('tensione sul capacitore')
text(0.03, 5.0, '+ per R = 1000 \Omega')
text(0.03, 6.0, 'o per R = 10000 \Omega')
text(0.03, 7.0, '* per R = 100 \Omega')
```



Equazioni differenziali

Circuito RC

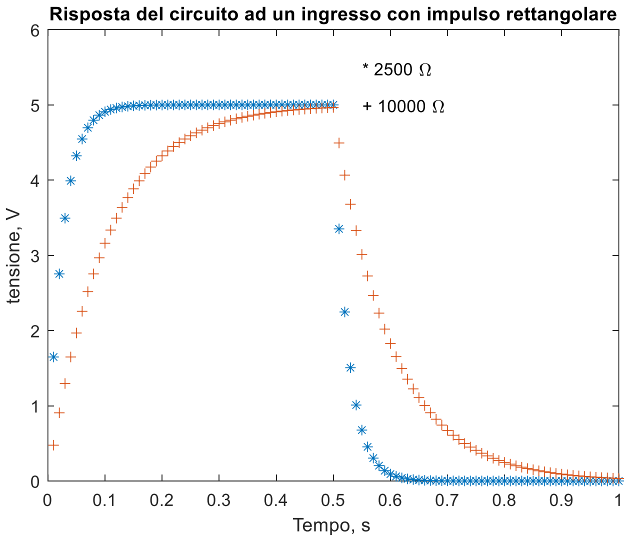
Consideriamo adesso una sollecitazione come un impulso rettangolare da 5 V che dura 1.5 s

>> edit Rccircuito2

```
c = 10.0e-6;
r1 = 2500;
[v1,t1] = rceval(r1,c);
r2 = 10000;
[v2,t2] = rceval(r2,c);
% plot the voltages
plot(t1,v1,'*', t2,v2,'+')
axis([0 1 0 6])
title('Risposta del circuito ad un ingresso con impulso rettangolare')
xlabel('Tempo, s')
ylabel('tensione, V')
text(0.55,5.5,'* 2500 \Omega')
text(0.55,5.0, '+ 10000 \Omega')
```

>> edit rceval

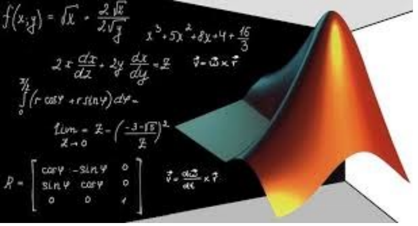
```
% funzione che valuta un circuito RC
function [v, t] = rceval(r, c)
tau = r*c;
for i=1:50
t(i) = i/100;
v(i) = 5*(1-exp(-t(i)/tau));
end
vmax = v(50);
for i = 51:100
t(i) = i/100;
v(i) = vmax*exp(-t(i-50)/tau);
end
end
```



dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

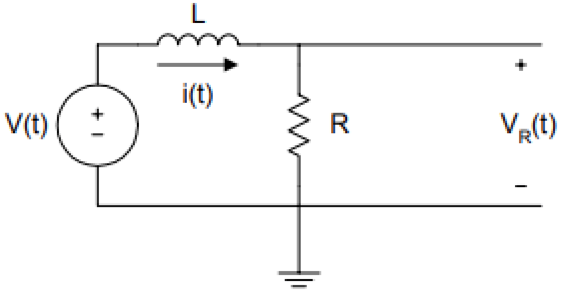
Laboratory of Electrical APplication



Equazioni differenziali

Circuito RL

Consideriamo nulla la sollecitazione



$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_S$$

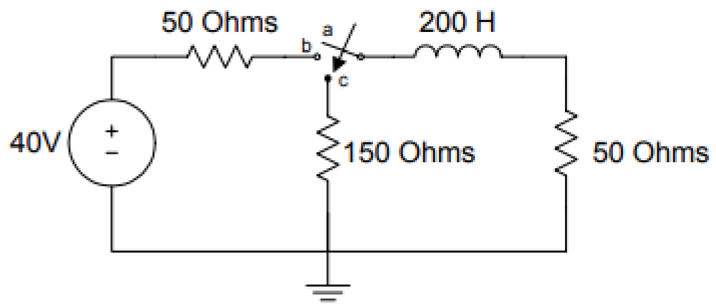
La soluzione è la ben nota formula esponenziale

$$i(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\left(\frac{Rt}{L}\right)}\right)$$

$$\begin{aligned} v_R(t) &= Ri(t) \\ &= V_S\left(1 - e^{-\left(\frac{Rt}{L}\right)}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_S - v_R(t) \\ &= V_S e^{-\left(\frac{Rt}{L}\right)} \end{aligned}$$

Equazioni differenziali

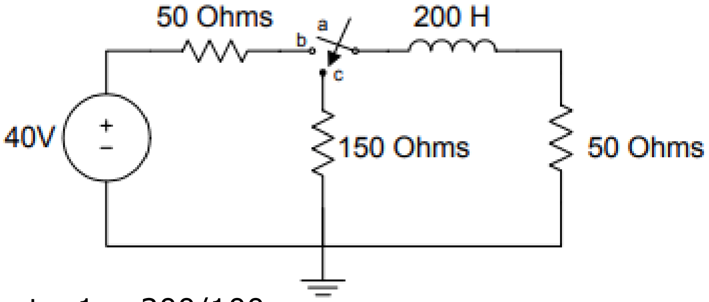


Tempo [s]	I regime	I iniziale	tau
0 - 1	0.4	0	2
1-6	0	I(1)	1

$$i(t) = 0.4\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)}\right) \qquad \tau_1 = L/R = 200/100 = 2\ \text{s} \qquad i(t) = 0.4\left(1 - e^{-0.5}\right) = I_{max}$$

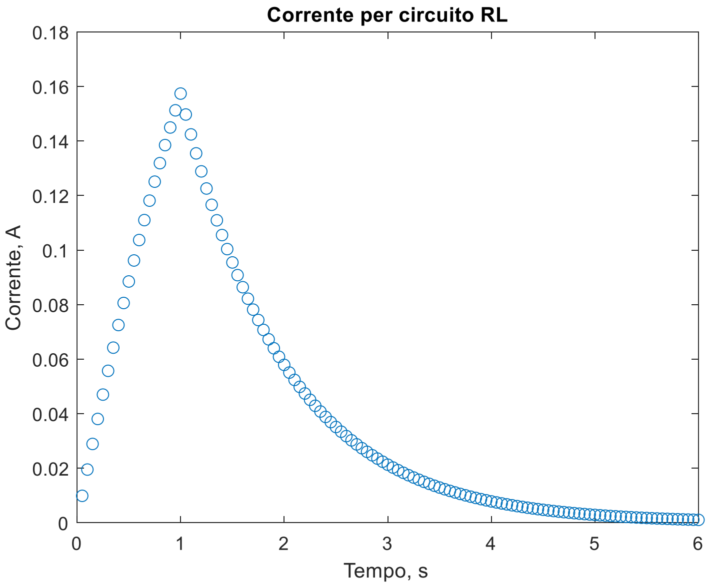
$$i(t) = I_{max}\, e^{-\left(\frac{t-0.5}{\tau_2}\right)} \qquad \tau_2 = L/R_{eq2} = 200/200 = 1\ \ \text{s}$$

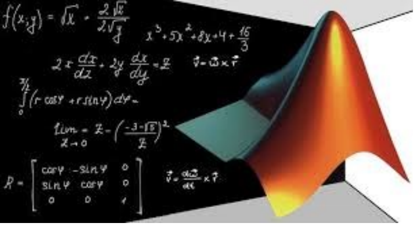
Equazioni differenziali



Tempo [s]	I regime	I iniziale	tau
0 - 1	0.4	0	2
1-6	0	I(1)	1

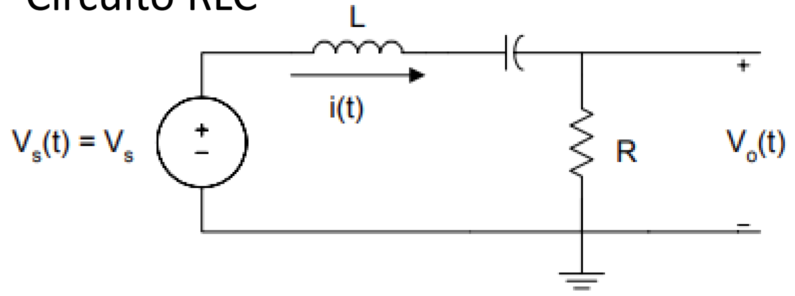
```
tau1 = 200/100;
for k=1:20
t(k) = k/20;
i(k) = 0.4*(1-exp(-t(k)/tau1));
end
imax = i(20);
tau2 = 200/200;
for k = 21:120
t(k) = k/20;
i(k) = imax*exp(-t(k-20)/tau2);
end
% plotcorrente
plot(t,i,'o')
axis([0 6 0 0.18])
title('Corrente per circuito RL')
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Corrente, A')
```





Equazioni differenziali

Circuito RLC



Equazione differenziale di secondo ordine

$$v_S(t) = L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau + Ri(t)$$

Ulteriormente differenziata

$$\frac{dv_S(t)}{dt} = L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C}$$

$$\frac{1}{L}\frac{dv_S(t)}{dt} = \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{LC}$$

Forma esplicita

Equazione differenziale omogenea

$$0 = \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{LC}$$

Equazione caratteristica

$$0 = \lambda^2 + a\lambda + b \qquad a = {}^{R}\!/_{L} \qquad b = {}^{1}\!/_{LC}$$

Soluzioni dell’equazione caratteristica $\lambda = \alpha, \beta$

Soluzione dell’equazione differenziale

$$i_h(t) = A_1e^{\alpha_1 t} + A_2e^{\alpha_2 t}$$

dipartimento di ingegneria unipa

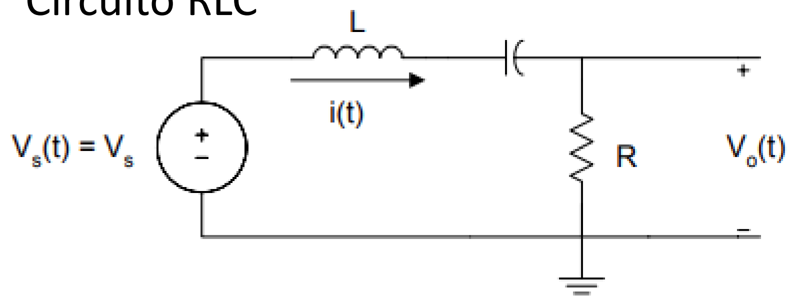
Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

Equazioni differenziali

MATLAB & SIMULINK

Circuito RLC



Dati
L = 10 H
R = 400 Ω
C = 100 μF
Vs(t) = 0
iL(0)= 0
diL(0)/dt = 15 A/s

Equazione differenziale di secondo ordine

$$0 = \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{400}{10}\frac{di(t)}{dt} + 1000 i(t)$$

Equazione caratteristica

$$0 = \lambda^2 + 40\lambda + 1000$$

Si utilizza la funzione matlab root per trovare le radici del polinomio

Command Window

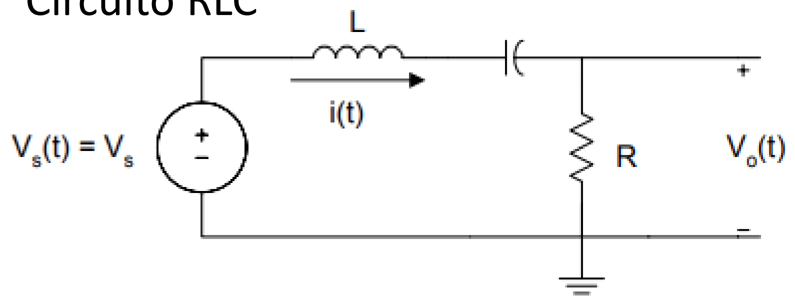
```
>> p = [1 40 1000];
 lambda = roots(p)

lambda =

 -20.0000 +24.4949i
 -20.0000 -24.4949i
```

$$i(t) = e^{-20t}(A_1\cos(24.4949t) + A_2\sin(24.4949t))$$

$$i(0) = e^{-0}(A_1 + A_2(0)) \qquad \Rightarrow A_1 = 4$$

Equazioni differenziali

Circuito RLC



$$i(t) = e^{-20t}\left(A_1\cos(24.4949t) + A_2\sin(24.4949t)\right)$$

$$i(0) = e^{-0}\left(A_1 + A_2(0)\right) \qquad \Rightarrow A_1 = 4$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -20e^{-20t}\left[A_1\cos(24.4949t) + A_2\sin(24.4949t)\right] + e^{-20t}\left[-24.4949A_1\sin(24.4949t) + 24.4949A_2\cos(24.4949t)\right]$$

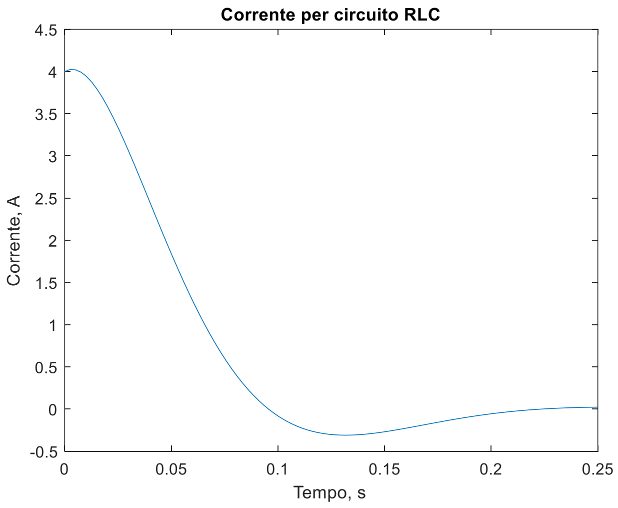
$$\frac{di(0)}{dt} = 24.4949A_2 - 20A_1 = 15$$

$$A_1 = 4,\; A_2 = 3.8784$$

$$i(t) = e^{-20t}\left[4\cos(24.4949t) + 3.8784\sin(24.4949t)\right]$$

Edit RLCcircuito

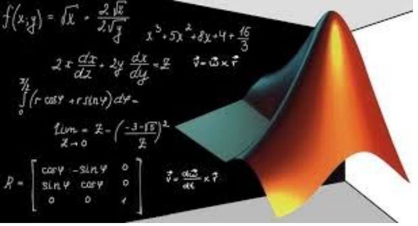
```
tau5=1/20*5;
t=linspace(0,tau5,100);
i =exp(-20*t).*(4*cos(24.4949*t)+3.8784*sin(24.4949*t));
% plotcorrente
plot(t,i)
title('Corrente per circuito RLC')
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Corrente, A')
```



dipartimento
di ingegneria
unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication



Equazioni differenziali

MATLAB® & SIMULINK®

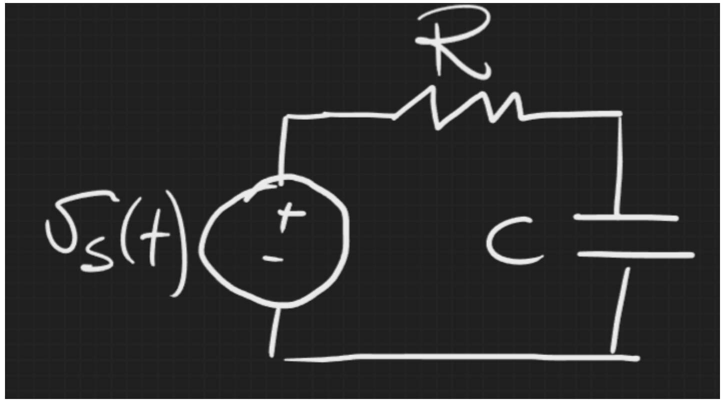
Parte 2: approccio con equazioni di stato

Ci occupiamo adesso della risoluzione di equazioni differenziali

La legge di Kirchhoff per la tensione ci informa che:

$$v_S(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

con $v_S(t)$ sollecitazione, $v_R(t)$ tensione sul resistore, $v_C(t)$ risposta sul capacitore.



Applicando le note relazioni costitutive:

$$v_S(t) = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$

Ed esplicitando

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{RC} = \frac{v_S(t)}{RC}$$

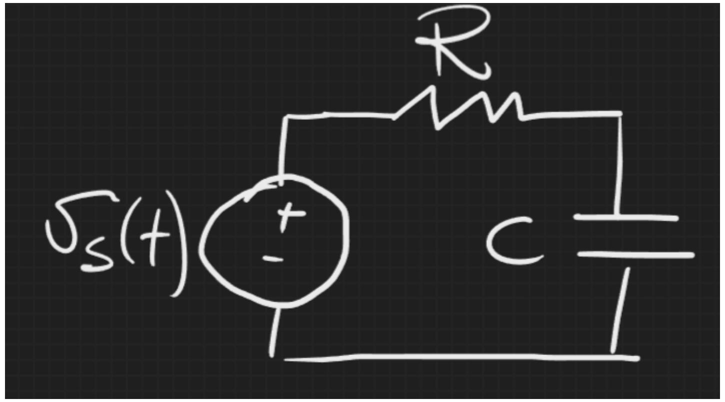
Definendo $v_C(t)$ pari a $x(t)$

$$a_1\dot{x}(t) + a_0x(t) = b_0r(t)$$

Con a1 = 1, a0 =1/RC e b0 =1/RC (la sollecitazione ha ordine zero poiché priva di derivazione)

Parte 2: approccio con equazioni di stato

Procediamo in modo astratto, con l'obiettivo di avere solo equazioni differenziali di primo grado partendo da una di grado superiore



Definendo $v_C(t)$ pari a $x(t)$, $v_S(t) = u(t)$, $v_R(t) = u(t) - x(t) = y(t)$

$\dot{x}(t) = -a_0 x(t) + b_0 u(t)$,

Con a1 = 1, a0 =1/RC e b0 =1/RC

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ . \\ . \\ u_n(t) \end{bmatrix} \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ . \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ . \\ . \\ y_n(t) \end{bmatrix}$$

MATLAB & SIMULINK

Parte 2: approccio con equazioni di stato

Procediamo in modo astratto, con l'obiettivo di avere solo equazioni differenziali di primo grado partendo da una di grado superiore

esempio $$\frac{d^4y(t)}{dt^4}+3\frac{d^3y(t)}{dt^3}+4\frac{d^2y(t)}{dt^2}+8\frac{dy(t)}{dt}+2y(t) = 6u(t)$$

$$x_1(t)=y(t)$$

$$x_2(t)=\frac{dy(t)}{dt}=\frac{dx_1(t)}{dt}=\dot{x}_1(t)$$

$$x_3(t)=\frac{d^2y(t)}{dt^2}=\frac{dx_2(t)}{dt}=\dot{x}_2(t)$$

$$x_4(t)=\frac{d^3y(t)}{dt^3}=\frac{dx_3(t)}{dt}=\dot{x}_3(t)$$

$$x_5(t)=\frac{d^4y(t)}{dt^4}=\frac{dx_4(t)}{dt}=\dot{x}_4(t)$$

$$\dot{x}_4(t)=6u(t)-3x_4(t)-4x_3(t)-8x_2(t)-2x_1(t)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\\ \dot{x}_4(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-2&-8&-4&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\\x_4(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\6\end{bmatrix}u(t)$$

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\\ \dot{x}_4(t)\end{bmatrix};\quad A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-2&-8&-4&-3\end{bmatrix};B=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\6\end{bmatrix}$$

Parte 2: approccio con equazioni di stato

Procediamo in modo astratto, con l'obiettivo di avere solo equazioni differenziali di primo grado partendo da una di grado superiore

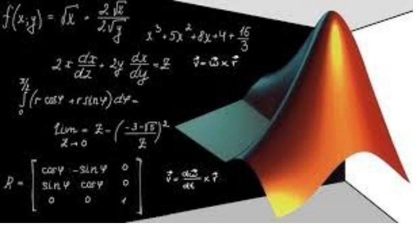
esempio $$\frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 3\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 8\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 6u(t)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -8 & -4 & -3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = [0]$$



Parte 2: approccio con equazioni di stato

Funzioni di matlab per risolvere le equazioni differenziali

Matlab usa due funzioni per sisolvere le equazioni differenziali ode23 e ode45. ode23 utilizza le funzioni Runge-Kutta del secondo e terzo ordine, mentre ode45 utilizza un Runge-Kutta del quarto e quinto ordine

Sintassi:

[t,x] = ode23 (xprime, [tstart tfinal], x0, tol,trace) [t,x] = ode45 (xprime, [tstart tfinal],x0,tol,trace)

Dove

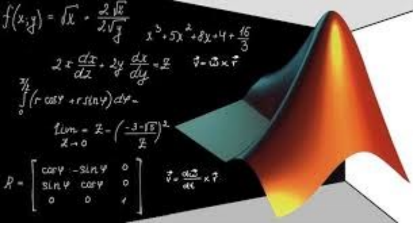
xprime è funzione da integrare

tstart tempo iniziale di integrazione

tfinal tempo finale di integrazione

x0 vettore colonna dei valori iniziali

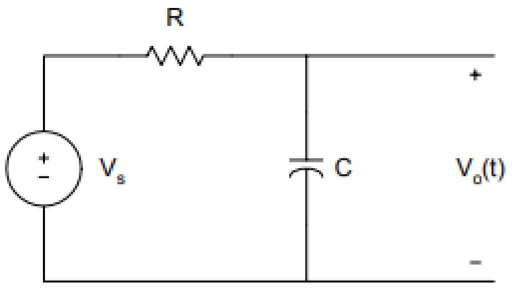
tol tolleranza, valore opzionale per accuratezza



MATLAB & SIMULINK

Parte 2: approccio con equazioni di stato

Dati: R = 10000 Ω C = 10 µF Vs = 10 Vc(0)= 0



$$C\frac{dv_o(t)}{dt}+\frac{v_o(t)-V_s}{R}=0$$

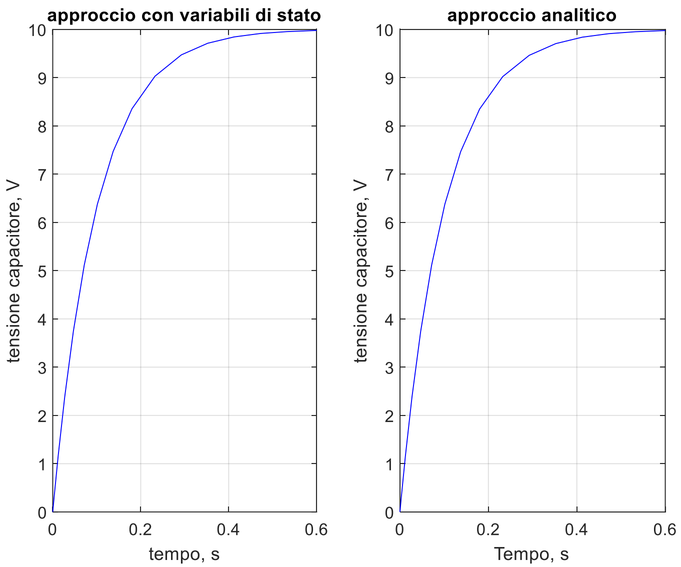
$$\frac{dv_o(t)}{dt}=\frac{V_s}{CR}-\frac{v_o(t)}{CR}=100-10v_0(t)$$

\>>edit diff1

```
function dy = diff1(t,y)
dy = 100 - 10*y;
end
```

Soluzione analitica

$$v_0(t)=10\left(1-e^{-\left(\frac{t}{CR}\right)}\right)$$



\>>edit RCcircuito3

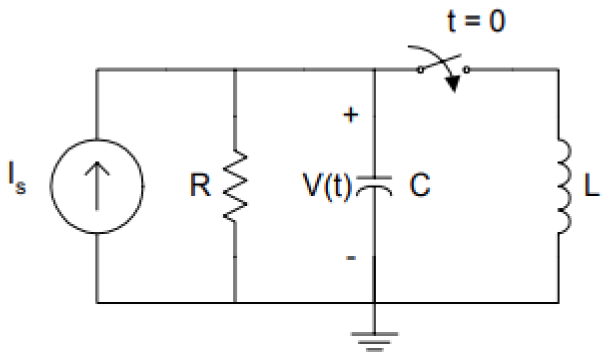
```
t0 = 0;
tf = 0.6;
xo = 0; % condizione iniziale
[t, vo] = ode23('diff1',[t0 tf],xo);
% soluzione analitica per confronto
vo_analy = 10*(1-exp(-10*t));
% confronto
subplot(121)
plot(t,vo,'b')
title('approccio con variabili di stato')
xlabel('tempo, s'),ylabel('tensione
capacitore, V'),grid
subplot(122)
plot(t,vo_analy,'b')
title('approccio analitico')
xlabel('Tempo, s'),ylabel('tensione
capacitore, V'),grid
```


dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

Parte 2: approccio con equazioni di stato



Dati: R = 10 Ω   L = 1/32 H C = 50 μF   Vc(0)= 20 V iL(0) = 0 Is= 2

$$L\frac{di_L(t)}{dt} = v_C(t)$$

$$C\frac{dv_C(t)}{dt} + i_L + \frac{v_C(t)}{R} - I_S = 0$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_C(t)}{L}$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{I_S}{C} - \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_C(t)}{RC}$$

$$x_1(t) = i_L(t)$$
$$x_2(t) = v_C(t)$$

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{L}x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{I_S}{C} - \frac{1}{C}x_1(t) - \frac{1}{RC}x_2(t)$$

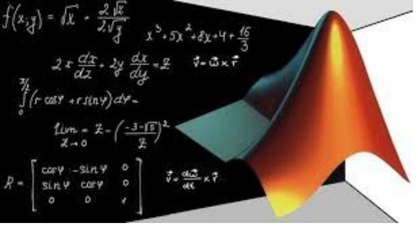
>>edit diff2

```
function xdot = diff2(t,x)
xdot = zeros(2,1);
Is = 2;
C = 50e-6; L = 1/32; R = 10;
xdot(1) =1/L*x(2);
xdot(2) = Is/C - 1/C*x(1) -
1/(R*C)*x(2);
end
```

dipartimento
di ingegneria
unipa

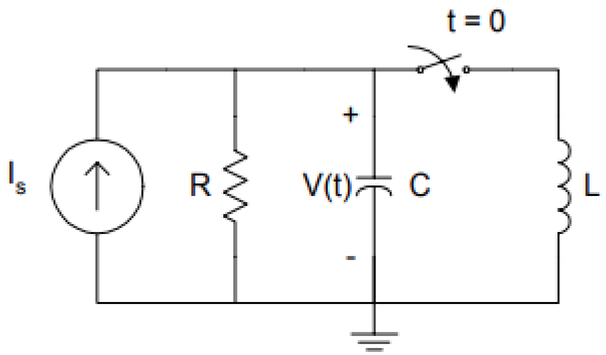
Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication



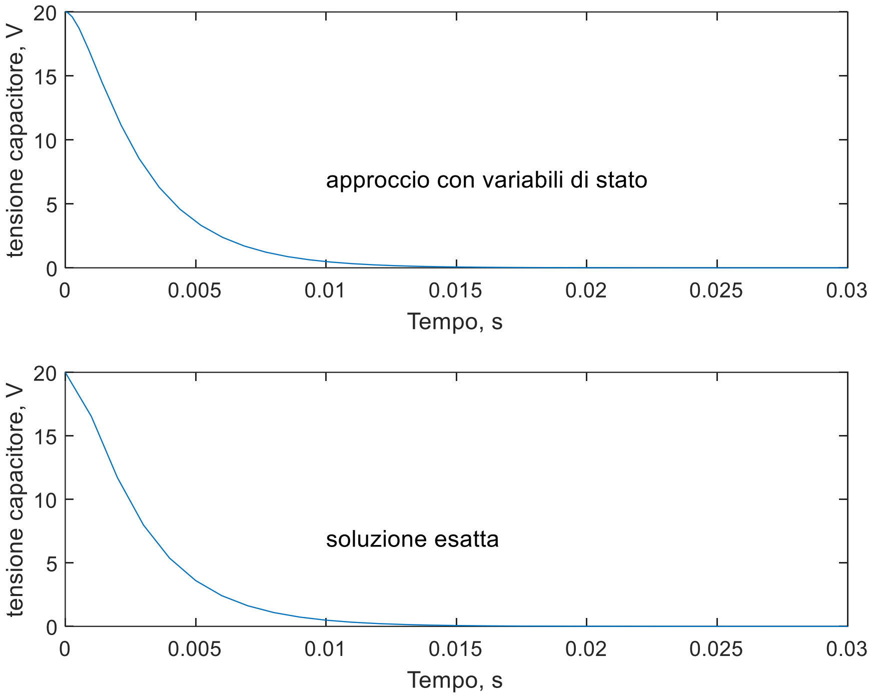
MATLAB & SIMULINK

Parte 2: approccio con equazioni di stato



>>edit RLCcircuito2

```
t0 = 0;
tf = 30e-3;
x0 = [0 20]; % condizioni iniziali corrente tensione
[t,x] = ode23('diff2',[t0 tf],x0);
% considero seconda colonna, tensione su C
subplot(211), plot(t,x(:,2))
xlabel('Tempo, s'), ylabel('tensione capacitore, V')
text(0.01, 7, 'approccio con variabili di stato')
% soluzione esatta di confronto
t2 =0:1e-3:30e-3;
vt = -6.667*exp(-1600*t2) + 26.667*exp(-400*t2);
subplot(212), plot(t2,vt)
xlabel('Tempo, s'), ylabel('tensione capacitore, V')
text(0.01, 7, 'soluzione esatta')
```



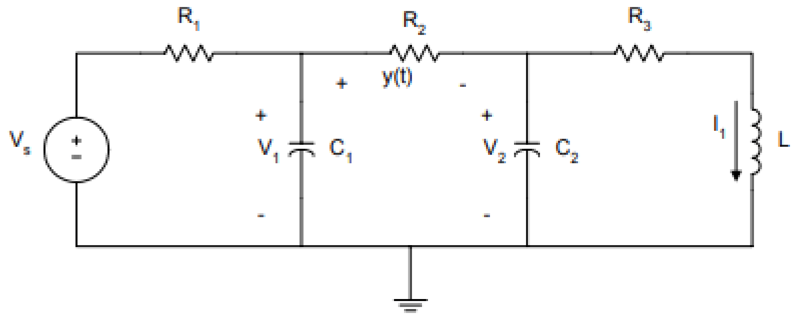
dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

Parte 2: approccio con equazioni di stato

Dati: R1 =R2 =R3 = 10 000 Ω L = 10 H C1 = C2 =5 µF Vs è generatore a gradino

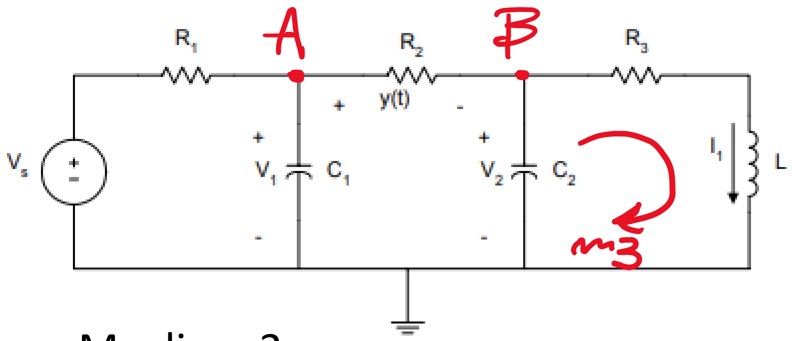


Nodo A

$$C_1\frac{dv_1(t)}{dt}+\frac{V_1-V_s}{R_1}+\frac{V_1-V_2}{R_2}=0$$

Nodo B

$$C_2\frac{dv_2(t)}{dt}+\frac{V_2-V_1}{R_2}+i_1=0$$



Maglia m3

$$V_2=i_1R_3+L\frac{di_1(t)}{dt}$$

uscita

$$y(t)=v_1(t)-v_2(t)$$

Nodo A

$$\frac{dv_1(t)}{dt}=-\left(\frac{1}{C_1R_1}+\frac{1}{C_1R_2}\right)V_1+\frac{V_2}{C_1R_2}+\frac{V_s}{C_1R_1}$$

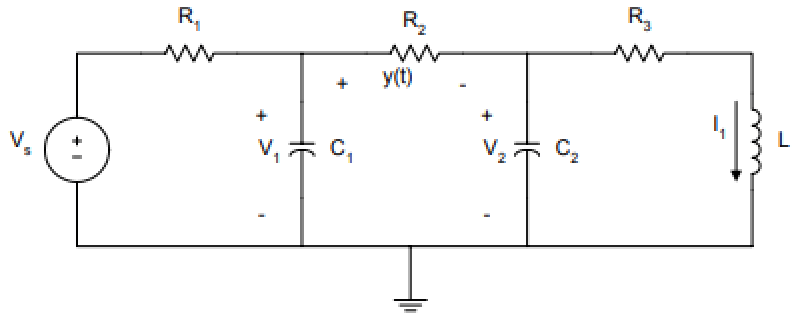
Nodo B

$$\frac{dv_2(t)}{dt}=\frac{V_1}{C_2R_2}-\frac{V_2}{C_2R_2}-\frac{i_1}{C_2}$$

Maglia m3

$$\frac{di_1(t)}{dt}=\frac{V_2}{L}-\frac{R_3}{L}i_1$$

Parte 2: approccio con equazioni di stato



Dati: R1 =R2 =R3 = 10 000 Ω L = 10 H C1 = C2 =5 µF Vs è generatore a gradino

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{C_1R_1}+\frac{1}{C_1R_2}\right) & \frac{1}{C_1R_2} & 0 \\ \frac{1}{C_2R_2} & -\frac{1}{C_2R_2} & -\frac{1}{C_2} \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{R_3}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ i_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_s \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ i_1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = -40v_1(t) + 20v_2(t) + 20V_s$$

$$\frac{dv_2(t)}{dt} = 20v_1(t) - 20v_2(t) - i_1(t)$$

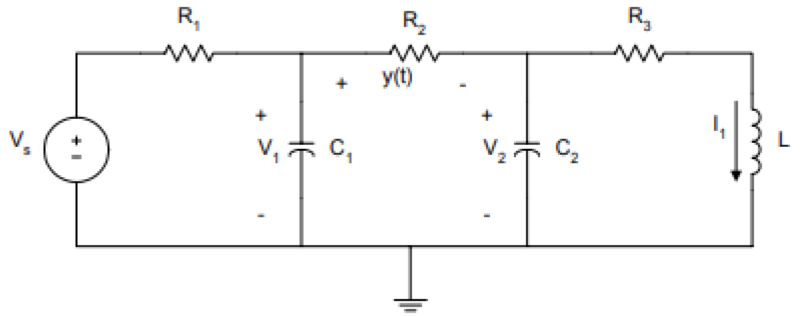
$$\frac{di_1(t)}{dt} = 0.1v_2(t) - 1000i_1(t)$$

>>edit diff3

```
function vdot = diff3(t,v)
vdot = zeros(3,1);
vdot(1) = -40*v(1) + 20*v(2) +
20*5;
vdot(2) = 20*v(1) - 20*v(2) - v(3);
vdot(3) = 0.1*v(2) -1000*v(3);
end
```

Parte 2: approccio con equazioni di stato

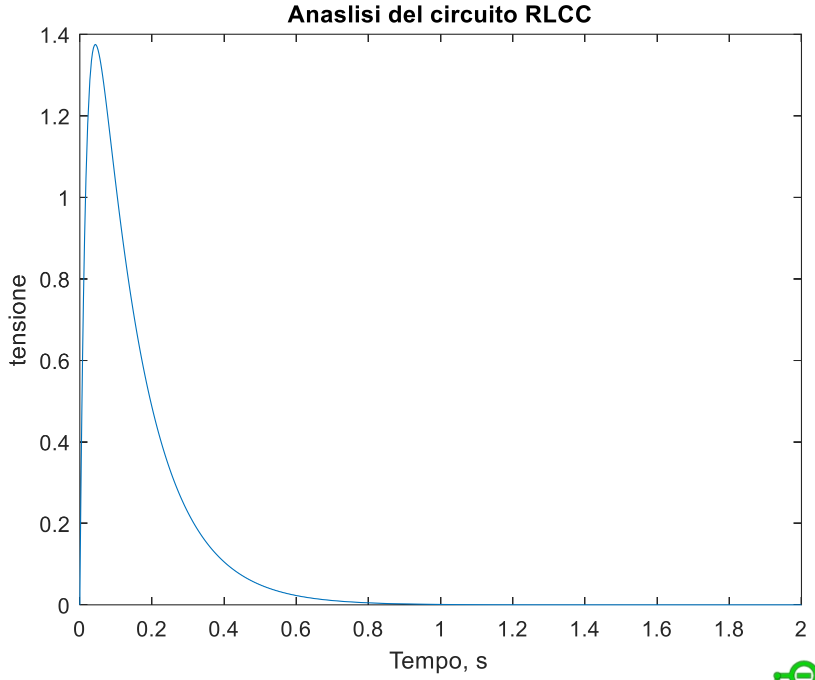
Dati: R1 =R2 =R3 = 10 000 Ω   L = 10 H C1 = C2 =5 μF Vs è generatore a gradino



$$y(t) = v_1(t) - v_2(t)$$

>>edit RLCC

```
t0 = 0;
tf = 2;
x0 = [0 0 0]; % condizioni iniziali
[t,x] = ode23('diff3', [t0 tf], x0);
tt = length(t);
for i = 1:tt
vo(i) = x(i,1) - x(i,2);
end
plot(t, vo)
title('Anaslisi del circuito RLCC')
xlabel('Tempo, s'), ylabel('tensione')
```

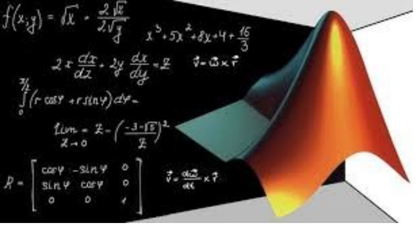


Si considera l'uscita sul resistore R2

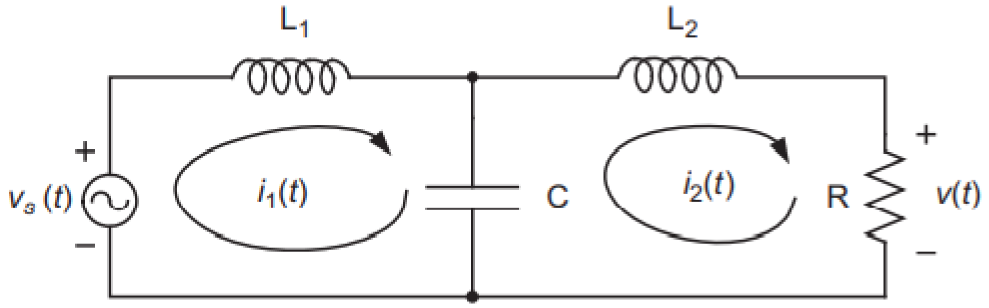
dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication



Parte 2: altri esempi



Dati: R = 1 Ω L1 = 3/2 H L2 = ½ H C =4/3 F, correnti iniziali 1 A 1 A, tensione nulla

Se l'equazione è posta come unica di terzo grado è possibile usare Delle funzioni di matlab

$$\frac{d^3v(t)}{dt^3}+\frac{R}{L_2}\frac{d^2v(t)}{dt^2}+\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right)\frac{dv(t)}{dt}+\frac{R}{L_1L_2C}v\,(t)=\frac{R}{L_1L_2C}v_s(t)$$

$$\frac{d^3v(t)}{dt^3}+2\frac{d^2v(t)}{dt^2}+2\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=v_S(t)$$

>> a = [1 2 2 1]; b = [0 0 0 1];

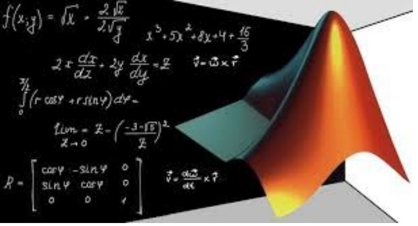
L'istruzione di matlab tf2ss consente di avere le matrici di stato

```
>> [A B C D] = tf2ss(b,a)

A =

    -2    -2    -1
     1     0     0
     0     1     0


B =

     1
     0
     0


C =

     0     0     1


D =

     0
```

dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

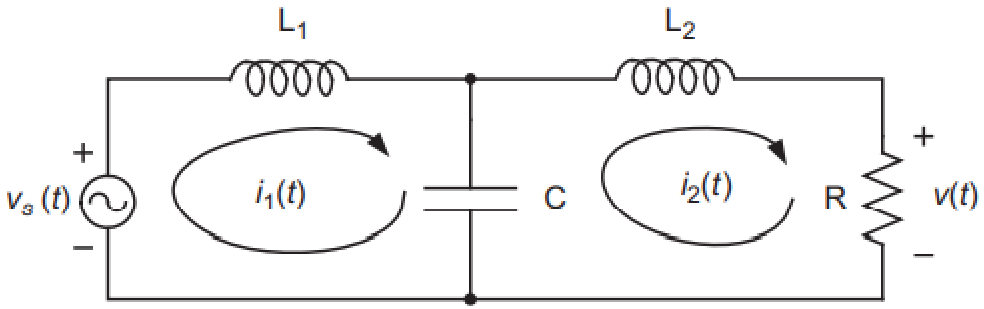


Parte 2: altri esempi

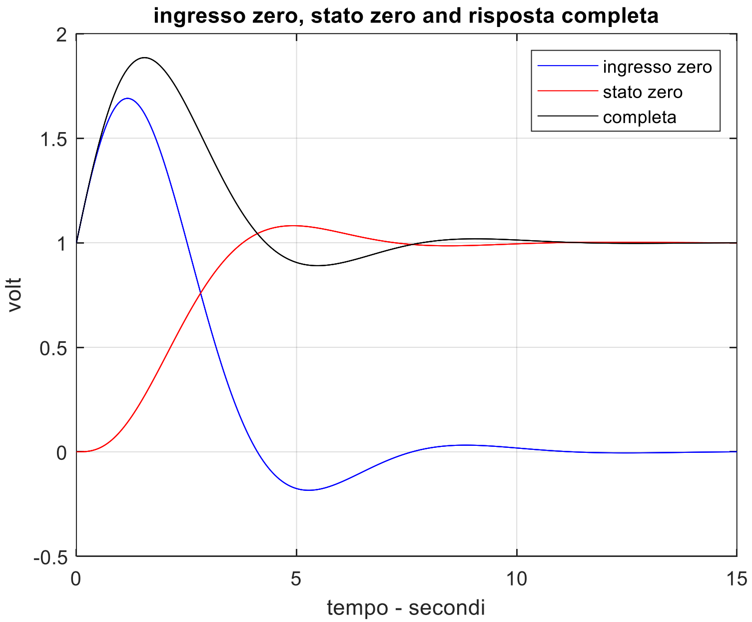
>>edit state_function

```
function x_dot = state_function(t,x)
global A B r
x_dot = A*x + B*r;
end
```

>>edit RLLC




```
clear all; clc
global A B r
a = [1 2 2 1]; b = [0 0 0 1]; % coefficienti
[A B C D] = tf2ss(b,a); % matrici
O = obsv(A,C); % matrice osservabilità
tspan = 0:0.05:15; % punti di calcolo
r = 0; % ingresso nullo
S = [1; 1; 0] % condizioni iniziali
x0 = inv(O)*S %stato iniziale
[t x] = ode45(@state_function,tspan,x0)
v_zi = C*x' + D*r; %uscita
plot(t,v_zi,'b'); grid on; hold on
xlabel('tempo - secondi'); ylabel('volt')
r = 1; % ingresso unitario
x0 = [0; 0; 0] % stato zero
[t x] = ode45(@state_function,tspan,x0);
v_zs = C*x' + D*r; % uscita
plot(t,v_zs,'r')
v = v_zi + v_zs;
plot(t,v,'k')
title('ingresso zero, stato zero and risposta completa')
legend('ingresso zero','stato zero', 'completa')
```



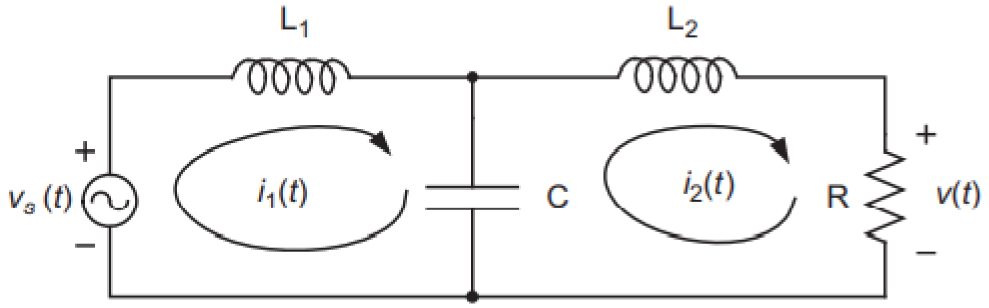
dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication

Parte 2: altri esempi

Dati: R = 1 Ω L1 = 3/2 H L2 = ½ H C =4/3 F, correnti iniziali 1 A 1 A, tensione nulla
Scrittura alternativa



$$-v_s(t) + L_1\frac{di_{L_1}}{dt} + v_C(t) = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{x}_1(t) = -\frac{1}{L_1}x_3(t) + \frac{1}{L_1}v_s(t)$$

$$-v_C(t) + L_2\frac{di_{L_2}}{dt} + Ri_{L_2}(t) = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{x}_2(t) = -\frac{R}{L_2}x_2(t) + \frac{1}{L_2}x_3(t)$$

$$x_2(t) = i_{L\,2}(t)$$

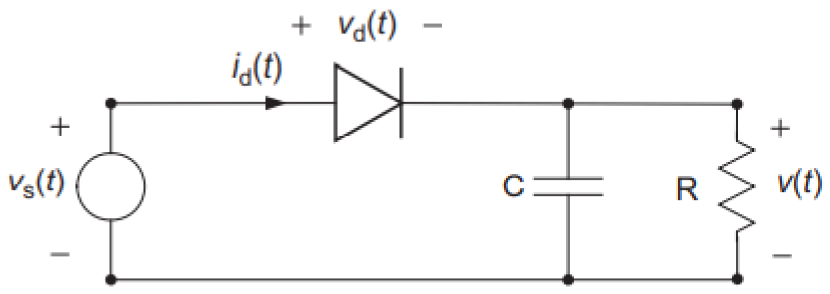
$$-i_{L_1}(t) + C\frac{dv_C}{dt} + i_{L_2}(t) = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{x}_3(t) = \frac{1}{C}x_1(t) - \frac{1}{C}x_2(t)$$

$$x_1(t) = i_{L\,1}(t) = i_1(t),\ x_2(t) = i_{L\,2}(t) = i_2(t),$$
$$x_3(t) = v_C(t)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/L_1 \\ 0 & -R/L_2 & 1/L_2 \\ 1/C & -1/C & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_s(t)$$

Parte 2: altri esempi

Si considera un raddrizzatore con caratteristica di diodo



$$\frac{dv}{dt} = F(t,v) = \frac{I_s}{C}\left(e^{(v_s(t)-v(t))/V_T} - 1\right) - \frac{v(t)}{RC}$$

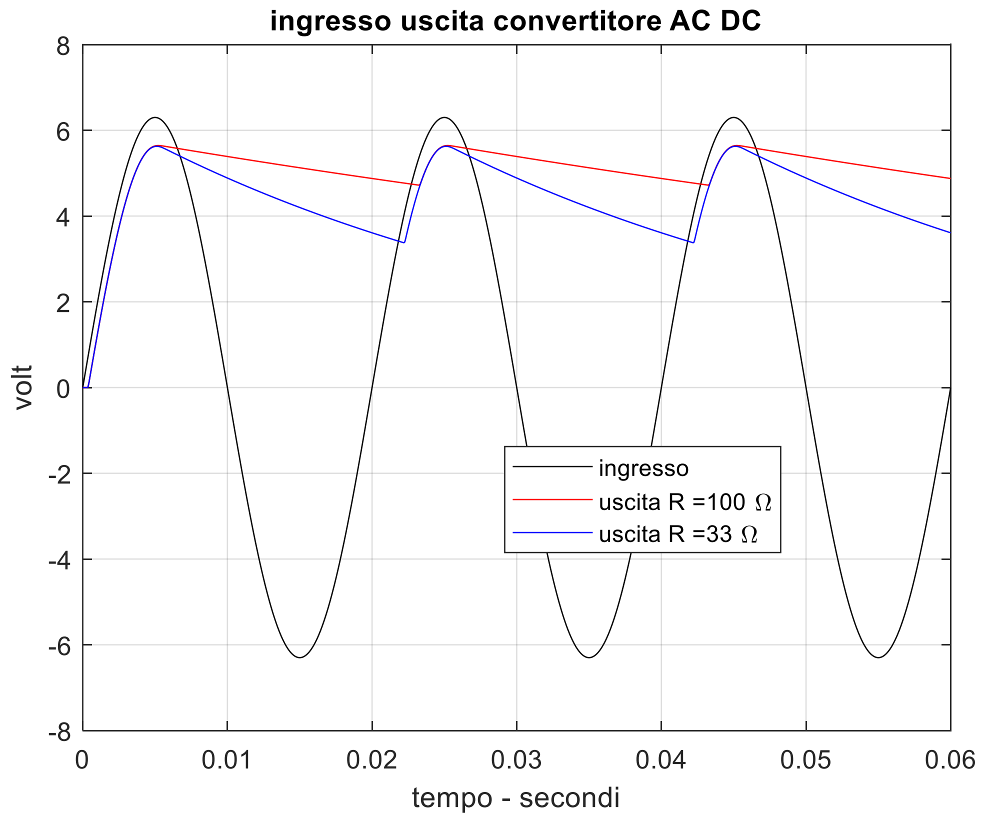
Per funzioni rapidamente variabili si usa ode15s

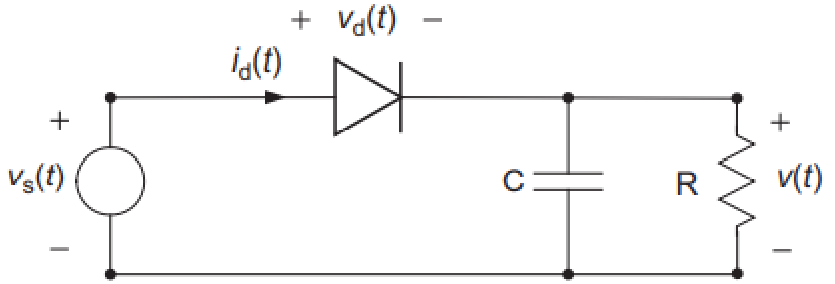
>>edit AC_DC

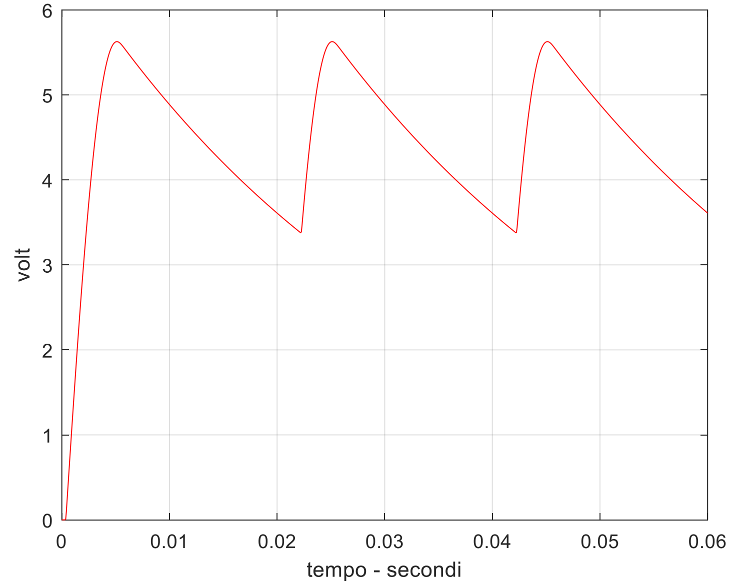
```
function dvdt = AC_DC(t,v)
global R C w A % ingressi
Is = 1e-12; VT = 25.85e-3; % parametri di diodo
vs = A*sin(w*t); % sinusoide
dvdt = (Is/C)*(exp((vs-v)/VT)-1)-v/(R*C); % ODE funzione
end
```

>>edit raddrizzatore

```
clear all; clc
global R C w A
f = 50; w = 2*pi*f; A = 6.3; % sinusoide a 50 Hz
R = 100; C = 1000e-6; % resistenza (Ohm), capacità (Farad)
T0 = 1/f; tspan = linspace(0,3*T0,1001); % tempo
v0 = 0; % condizione iniziale
options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-12); % valori per stiff ode
[tout vout] = ode15s(@AC_DC,tspan,v0,options);
vin = A*sin(w*tout);
plot(tout,vin,'k'); hold on; plot(tout,vout,'r'); grid on
xlabel('tempo - secondi'); ylabel('volt')
title('ingresso uscita convertitore AC DC')
R = 33; % resistenza per confronto
[tout vout] = ode15s(@AC_DC,tspan,v0,options);
plot(tout,vout,'b');
legend('ingresso', 'uscita R =100 \Omega', 'uscita R =33 \Omega')
```







dipartimento di ingegneria unipa

Prof. Fabio Viola

Laboratory of Electrical APplication